

考虑空间土拱效应的非饱和地层圆形基坑 围护结构侧向土压力计算方法

徐杰¹, 张振光¹, 李海祥²

(1. 上海公路桥梁(集团)有限公司, 上海 200433; 2. 长安大学 建筑工程学院, 陕西 西安 710061)

摘要: 为合理描述非饱和地层圆形基坑围护结构侧向土压力沿深度的大小、分布、合力及作用点高度, 基于非饱和土的吸应力理论与极限平衡法, 首先推导了对吸应力均匀/线性分布都适用的围护结构后方土体滑动面倾角, 然后组合竖向土拱和环向土拱的不同作用, 建立了空间土拱效应下非饱和地层圆形基坑围护结构侧向土压力的计算方法, 并对比已有理论解答和模型试验数据进行验证、分析相关因素的影响规律。研究结果表明: 计算方法不仅与文献理论解答、模型试验数据吻合良好, 验证了其准确性和合理性, 而且有效解决了非饱和地层、空间土拱效应、结构-土体接触参数等对圆形基坑侧向土压力的综合影响, 有助于实现圆形基坑的设计与施工优化, 具有一定的理论意义和良好的应用前景; 基坑侧向土压力合力随着地表吸应力的绝对值、环向应力系数、外黏聚力的增加而明显减小, 而合力作用点高度的变化却不大; 线性吸应力下的基坑侧向土压力大于均布吸应力下的, 但均布吸应力下的侧向土压力变化更显著。

关键词: 圆形基坑; 侧向土压力; 空间土拱效应; 吸应力; 极限平衡法

中图分类号: TU 432

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2026) 01-0245-10

Calculation methods of lateral earth pressure on retaining structures for a circular foundation pit in unsaturated soils considering the spatial soil arching effect

XU Jie¹, ZHANG Zhen-guang¹, LI Hai-xiang²

(1. Shanghai Road and Bridge Group Co., Ltd., Shanghai 200433, China; 2. School of Civil Engineering, Chang'an University, Xi'an, Shaanxi 710061, China)

Abstract: To reasonably capture the magnitude, distribution, resultant force, and action point height of lateral earth pressure with depth on retaining structures for a circular foundation pit in unsaturated soils, the inclination angle of the soil sliding surface behind retaining structures was first derived. The derivation, suitable for both uniform and linear profiles of suction stress, was based on the suction stress theory of unsaturated soils and the limit equilibrium method. Subsequently, a method for calculating lateral earth pressure on retaining structures of circular foundation pits in unsaturated soils was introduced by integrating the characteristics of vertical and circumferential soil arches to account for the spatial soil arching effect. Additionally, the proposed calculation method was validated by comparing it with existing theoretical solutions and model test data, and the influence of relevant factors was analyzed. The results show that the proposed calculation method not only demonstrates excellent consistency with existing theoretical solutions and model test data, confirming its accuracy and rationality, but also effectively addresses the comprehensive effects of unsaturated formation, spatial soil arching, and structure-soil contact parameters on the lateral earth pressure of circular foundation pits. This contributes to optimizing the design and construction of circular foundation pits. Consequently, the proposed calculation method holds theoretical significance and promising practical applications. The resultant force of lateral earth pressure for a foundation pit significantly decreases with an increase in absolute value of surface suction stress, circumferential stress coefficient, and external cohesion. However, the variation in the action point height of the resultant force remains relatively minor. Lateral earth pressure under a linear profile of suction stress is greater than under a uniform profile. However, the variation in lateral earth pressure

收稿日期: 2025-05-13

录用日期: 2025-10-15

基金项目: 上海市住房和城乡建设管理委员会科研项目(沪建科 2021-002-013); 上海市 2023 年度“科技创新行动计划”(No.23DZ1202200); 上海市青年科技启明星计划(No.24QB2702200)。

This work was supported by the Research Project of Shanghai Municipal Commission of Housing and Urban-rural Development (2021-002-013), 2023 Shanghai Action Plan for Science, Technology and Innovation (23DZ1202200) and Shanghai Rising-Star Program (24QB2702200).

第一作者简介: 徐杰, 男, 1989 年生, 博士, 高级工程师, 主要从事深基坑与装配式竖井建造等研究。E-mail: xujie14315@hotmail.com

通信作者: 张振光, 男, 1981 年生, 硕士, 正高级工程师, 主要从事地下工程施工与岩土工程等研究。E-mail: zhangzg8505@163.com

is more pronounced under the uniform profile of suction stress.

Keywords: circular foundation pit; lateral earth pressure; spatial soil arching effect; suction stress; limit equilibrium method

1 引言

伴随我国城市化进程的大力推进, 轨道交通、地下空间、超高层建筑等工程不断兴建, 圆形基坑可为这些工程提供竖向通道或基础施作空间而应用普遍。要实现安全经济的圆形基坑设计, 前提是要能合理给出圆形基坑围护结构侧向土压力沿深度的大小、分布、合力及作用点高度。

圆形基坑侧向土压力计算属于空间轴对称问题求解, 需考虑竖向土拱与环向土拱形成的空间土拱。当前, 关于圆形基坑侧向土压力的理论研究主要针对饱和土^[1-6], 例如 Berezantzev^[1]、Cheng 等^[3]仅考虑环向土拱效应建立了饱和土圆形基坑侧向土压力的滑移线解答, 但二者使用的环向应力系数不同。Lu 等^[6]则采用极限平衡法推导了空间土拱效应下饱和土圆形基坑的侧向土压力解答。然而, 地表广泛分布着非饱和土, 饱和土仅是非饱和土在饱和度为 1 时的特殊情况; 当饱和度或含水率变化时, 非饱和土的力学性能将显著改变而不同于饱和土的^[7-8], 应合理地反映坑周非饱和地层对圆形基坑侧向土压力的潜在影响。

另外, 仅有 Vo 和 Russell^[9]在吸应力线性分布的假定下, 由滑移线法获得了非饱和土圆形基坑侧向土压力的差分迭代数值解, 但只反映了环向土拱作用; Cho 等^[10]研制了模拟基坑开挖的圆形竖井模型箱, 并进行了非饱和土竖井侧向土压力的离心模型试验。值得注意的是, Lu 和 Likos^[8]通过吸应力提出的非饱和土有效应力与强度公式, 已在平面挡墙土压力、隧道土压力、涵洞土压力等问题中得到应用和验证^[11-14], 同样适用于圆形基坑侧向土压力的极限平衡法求解。

为解决空间土拱效应下非饱和地层圆形基坑围护结构侧向土压力沿深度的大小、分布、合力及作用点高度, 基于非饱和土的吸应力理论并假定吸应力沿深度为均匀/线性分布, 采用极限平衡法首先推导了圆形基坑围护结构后方土体的滑动面倾角, 再依次结合竖向土拱效应和环向土拱效应, 建立了考虑空间土拱效应的非饱和土圆形基坑侧向土压力计算方法, 继而对比现有理论解答、模型试验数据对所得公式开展准确性与合理性验证, 并探讨非饱和地层、环向土拱效应与外黏聚力对圆形基坑侧向土压力的影响规律。所得结果从理论和源头上有利

于圆形基坑载荷及支护的确定。

2 基本理论

当圆形围护结构远离土体并达到主动极限平衡时, 后方土体滑动面按 Coulomb 理论^[6]设为过坑踵的倒圆台母线, 且滑动面与水平面的夹角记为 β , 如图 1 所示。其中, a 和 H 分别为圆形基坑的半径、深度, 地表土体在水平向无限延伸, r 为水平面内的径向坐标, z 为竖向坐标。

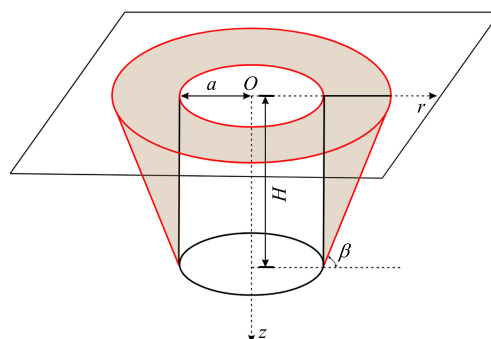


图 1 圆形基坑围护结构后方土体的滑动面
Fig.1 Soil sliding surface behind the retaining structure of a circular foundation pit

假定地下水位在坑底以下, 坑周土体处于非饱和状态。Lu 和 Likos^[8]提出的非饱和土有效应力 σ' 为

$$\sigma' = (\sigma - u_a) - \sigma^s \quad (1)$$

式中: σ 为总应力; u_a 为孔隙气体的压力; σ^s 为吸应力; $(\sigma - u_a)$ 为净总应力。

结合 Coulomb 摩擦定律^[8], 由式 (1) 得非饱和土的吸应力理论及强度公式为

$$\tau_f = c' + (\sigma - u_a) \tan \varphi' - \sigma^s \tan \varphi' \quad (2)$$

式中: τ_f 为土体的抗剪强度; c' 为有效黏聚力; φ' 为有效内摩擦角。

设总黏聚力 $c_t = c' - \sigma^s \tan \varphi'$, 则式 (2) 变为

$$\tau_f = c_t + \sigma' \tan \varphi' \quad (3)$$

可见, 式 (3) 在形式上与饱和土的强度公式相同, 这便于将饱和土工程的问题求解拓展至非饱和土领域。

此外, 吸应力在非饱和地层中为负值, 沿深度

分布与实际降雨入渗、水分蒸发等有关, 理论分析或工程应用时多简化为图2中的均匀分布和线性分布^[9], 以初步探讨非饱和特性的直接影响。

当吸应力线性减小并在地下水位 D_w 处为0时, 某深度处的吸应力 σ^s 为

$$\sigma^s = \sigma_0^s (1 - z/D_w) \quad (4)$$

式中: σ_0^s 为地表吸应力。令地下水位 D_w 趋于无穷, 则式(4)中的线性吸应力变为均布吸应力。

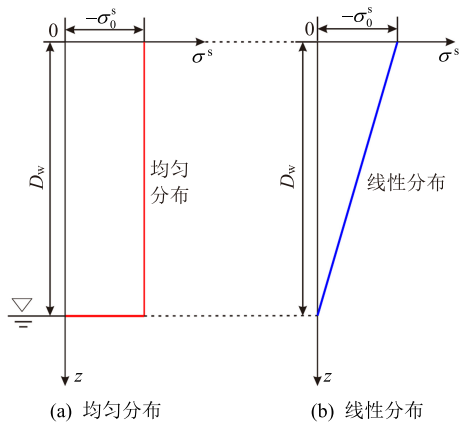


图2 吸应力的两种分布

Fig.2 Two distributions of suction stress

3 基坑侧向土压力解答

3.1 滑动面倾角

图3(a)为沿图1竖向取平面滑动土体所进行的受力分析。其中, G 为滑动土体的自重, Q 为地表均布荷载 q 的合力, C 为滑动面黏聚力的合力, C_w 为结构-土体黏聚力的合力; E_a 为围护结构反作用给滑动土体的主动土压力合力, 与水平线的夹角为外摩擦角 δ ; E_R 为未滑动土施加给滑动土体的合力,

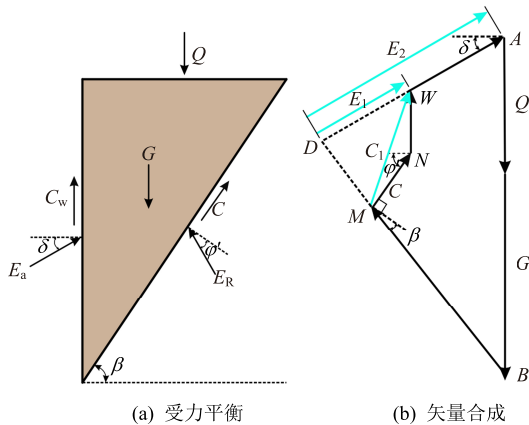


图3 滑动体的受力分析

Fig.3 Force analysis of the sliding body

与滑动面法线的夹角为有效内摩擦角 φ' 。图3(b)为平面滑动土体力矢量合成的五边形 $ABMNW$ ^[15], 可简化为四边形 $ABMW$, 其中 C_1 、 E_1 、 E_2 为受力分析中的过程参数。

对于 $\triangle DMW$, 由正弦定理得

$$E_1 = \frac{C_1 \sin \angle DMW}{\sin(\pi/2 + \delta - \beta + \varphi')} = \frac{C_1 \sin \angle DMW}{\cos(\delta - \beta + \varphi')} \quad (5)$$

式中: $\sin \angle DMW = \sin(\pi/2 - \varphi' - \angle NMW) = \cos(\varphi' + \angle NMW) = \cos \varphi' \cos \angle NMW - \sin \varphi' \sin \angle NMW$ 。

由 $\triangle MNW$ 的几何关系得

$$\left. \begin{aligned} \sin \angle NMW &= \frac{C_w \cos \beta}{C_1} \\ \cos \angle NMW &= \frac{C + C_w \sin \beta}{C_1} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

将式(6)代入式(5)得

$$E_1 = \frac{C_1 (\cos \varphi' \cos \angle NMW - \sin \varphi' \sin \angle NMW)}{\cos(\delta - \beta + \varphi')} = \frac{(C + C_w \sin \beta) \cos \varphi' - C_w \cos \beta \sin \varphi'}{\cos(\delta - \beta + \varphi')} \quad (7)$$

另外, 滑动面黏聚力的合力 C 为

$$C = \int_0^H \frac{c_t}{\cos(\pi/2 - \beta)} dz = (c' - \sigma^s \tan \varphi') dz = \frac{1}{\sin \beta} \int_0^H \begin{cases} H \frac{c' - \sigma_0^s \tan \varphi'}{\sin \beta}, & \text{均布吸应力} \\ H \frac{c' - \sigma_0^s (1 - 0.5H/D_w) \tan \varphi'}{\sin \beta}, & \text{线性吸应力} \end{cases} dz \quad (8)$$

结构-土体黏聚力的合力 C_w 为

$$C_w = \int_0^H c_{wt} dz = \int_0^H (c_w - \sigma^s \tan \delta) dz = \begin{cases} H (c_w - \sigma_0^s \tan \delta), & \text{均布吸应力} \\ H [c_w - \sigma_0^s (1 - 0.5H/D_w) \tan \delta], & \text{线性吸应力} \end{cases} \quad (9)$$

式中: c_w 为外黏聚力; c_{wt} 为总外黏聚力。

对于 $\triangle ABD$, 由正弦定理得

$$\frac{E_2}{\sin(\beta - \varphi')} = \frac{G + Q}{\sin(\pi/2 + \delta - \beta + \varphi')} \quad (10)$$

由图 3(a)得 $G+Q$ 为

$$G+Q = \frac{\gamma H^2 \cos \beta}{2 \sin \beta} + \frac{qH \cos \beta}{\sin \beta} = \frac{H \cos \beta}{\sin \beta} (0.5\gamma H + q) \quad (11)$$

式中: γ 为土重度。

在图 3(b)中, 由式 (7)、(10)、(11) 得

$$(0.5\gamma H + q)H \left\{ \left[\cos(\beta - \varphi') \cot \beta - \sin(\beta - \varphi') \csc^2 \beta \right] \times \cos(\delta - \beta + \varphi') + \sin(\delta - \beta + \varphi') \cot \beta \sin(\beta - \varphi') \right\} = \left[\left(\frac{dC}{d\beta} + C_w \cos \beta \right) \cos \varphi' + C_w \sin \beta \sin \varphi' \right] \cos(\delta - \beta + \varphi') + \sin(\delta - \beta + \varphi') \left[(C + C_w \sin \beta) \cos \varphi' - C_w \cos \beta \sin \varphi' \right] \quad (13)$$

其中:

$$\frac{dC}{d\beta} = \begin{cases} -H \cot \beta \csc \beta (c' - \sigma_0^s \tan \varphi'), & \text{均布吸应力} \\ -H \cot \beta \csc \beta [c' - \sigma_0^s (1 - 0.5H/D_w) \tan \varphi'], & \text{线性吸应力} \end{cases} \quad (14)$$

滑动面黏聚力的合力 C 由式 (8) 确定, 结构-土体黏聚力的合力 C_w 由式 (9) 确定。

3.2 空间土拱效应

圆形基坑具有空间轴对称性, 其侧向土压力的空间土拱效应表现为竖向土拱效应和环向土拱效应的组合。图 4 为围护结构后方滑动土体在竖直面内的竖向土拱效应, 第一有效主应力 σ_1' 垂直于拱轴线, 第三有效主应力 σ_3' 与第一有效主应力 σ_1' 垂直, 采用圆弧小主应力轨迹描述竖向土拱形态。

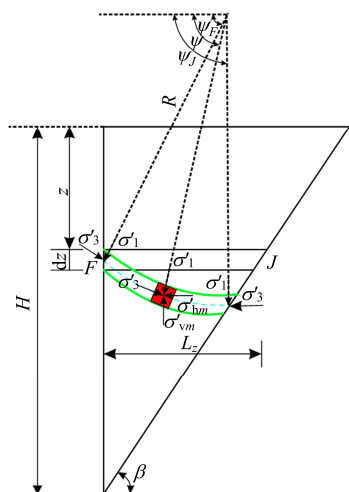


图 4 竖向土拱效应

Fig.4 Vertical soil arching effect

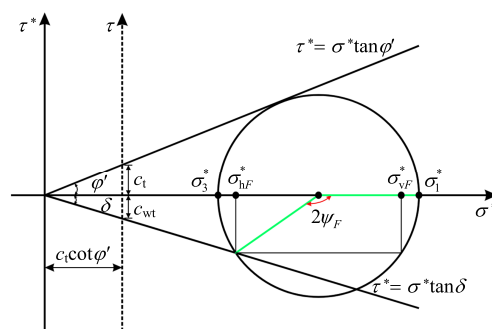
在某深度处, 对厚度增量 dz 、水平向长度 L_z 的直线薄层单元 FJ 进行受力分析。假设结构-土体接触面处 $c_{wt}/\tan \delta = c/\tan \varphi'$, 图 5 为端点 F 、 J 的 Mohr 应力圆, 新旧坐标的关系为

$$E_a = E_2 - E_1 = \frac{H \cos \beta}{\sin \beta} (0.5\gamma H + q) - \frac{(C + C_w \sin \beta) \cos \varphi' - C_w \cos \beta \sin \varphi'}{\cos(\delta - \beta + \varphi')} \quad (12)$$

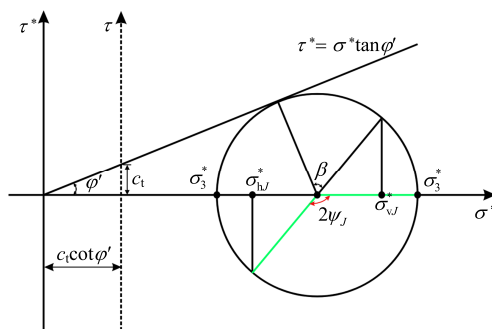
继而, 根据 Coulomb 理论^[6], 令 $dE_a/d\beta=0$, 再结合式 (12) 得有关滑动面倾角 β 的隐式方程为

$$\sigma^* = \sigma' + c_t \cot \varphi', \quad \tau^* = \tau \quad (15)$$

式中: σ^* 为变换有效应力; τ^* 为变换剪应力; τ 为剪应力。



(a) 点 F



(b) 点 J

图 5 端点的 Mohr 应力圆

Fig.5 Mohr stress circles at the endpoints

由图 5 得端点 F 、 J 的主应力偏转角 ψ_F 和 ψ_J 为

$$\psi_F = \pi/2 + 0.5 \left[\delta - \arcsin(\sin \delta / \sin \varphi') \right] \quad (16)$$

$$\psi_J = \pi/4 - \varphi'/2 + \beta$$

由图 5(a)得点 F 的水平应力 σ_{hF}^* 和竖向应力 σ_{vF}^* 为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{hF}^* &= \frac{\sigma_1^*}{1 + \sin \varphi'} (1 + \cos 2\psi_F \sin \varphi') \\ \sigma_{vF}^* &= \frac{\sigma_1^*}{1 + \sin \varphi'} (1 - \cos 2\psi_F \sin \varphi') \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

式中: σ_1^* 为变换第一有效主应力。

同理, 由图 5 拓展得圆弧土拱上任意点 m 的水平应力 σ_{hm}^* 和竖向应力 σ_{vm}^* 为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{hm}^* &= \frac{\sigma_1^*}{1 + \sin \varphi'} (1 + \cos 2\psi \sin \varphi') \\ \sigma_{vm}^* &= \frac{\sigma_1^*}{1 + \sin \varphi'} (1 - \cos 2\psi \sin \varphi') \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

式中: ψ 为任意点 m 的主应力偏转角。

另外, 由图 4 得圆弧土拱的半径 R 为

$$R = \frac{L_z}{\cos \psi_F - \cos \psi_J} \quad (19)$$

结合式 (18) 与式 (19), 积分得直线薄层单元 FJ 的平均竖向应力 $\bar{\sigma}_v^*$ 为

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_v^* &= \frac{1}{L_z} \int_{\psi_F}^{\psi_J} \sigma_{vm}^* R \sin \psi d\psi = \\ &= \frac{3(1 + \sin \varphi') - 2 \sin \varphi' (\cos^2 \psi_F + \cos \psi_F \cos \psi_J + \cos^2 \psi_J)}{3(1 + \sin \varphi')} \sigma_1^* \end{aligned} \quad (20)$$

继而, 由式 (17) 和式 (20) 得竖向土压力系数 K_z 为

$$K_z = \frac{\sigma_{hF}^*}{\bar{\sigma}_v^*} = \frac{3(1 + \cos 2\psi_F \sin \varphi')}{3(1 + \sin \varphi') - 2 \sin \varphi' (\cos^2 \psi_F + \cos \psi_F \cos \psi_J + \cos^2 \psi_J)} \quad (21)$$

当圆形基坑围护结构后方土体向沿径向向内移动时, 环向土拱效应产生一个使环向应力增加的非均匀附加应力。为简化空间轴对称基坑侧向土压力水平面的环向土拱效应分析, 多假设平均环向应力 $\bar{\sigma}_\theta^*$ 为^[6]

$$\bar{\sigma}_\theta^* = \lambda \sigma_1^* \quad (22)$$

式中: λ 为环向应力系数。

由式 (20) 和式 (22) 得环向土压力系数 K_θ 为

$$K_\theta = \frac{\bar{\sigma}_\theta^*}{\bar{\sigma}_v^*} = \frac{3\lambda(1 + \sin \varphi')}{3(1 + \sin \varphi') - 2 \sin \varphi' (\cos^2 \psi_F + \cos \psi_F \cos \psi_J + \cos^2 \psi_J)} \quad (23)$$

由式 (23) 可知, 环向土拱效应与环向应力系数 λ 有关, 然而系数 λ 在 $[K_0, 1]$ 内至今未达成取值共识。例如, Berezantzev^[1]假定 $\lambda=1$, Cheng 等^[3]建议 $\lambda=K_0=1-\sin \varphi'$, Lu 等^[6]提出 $\lambda=(3+K_a)/4=[3+(1-\sin \varphi')/(1+\sin \varphi')]/4$, 其中 K_0 为静止土压力系数, K_a 为 Rankine 主动土压力系数。

3.3 基坑侧向土压力

在图 1 中, 选取环向夹角增量为 $d\theta$ 、厚度增量为 dz 的曲线薄层单元^[6], 如图 6 所示。该单元 6 个面的面积 $S_{LTT_1L_1}$ 、 $S_{SUU_1S_1}$ 、 $S_{TUU_1T_1}$ 、 $S_{LSS_1L_1}$ 、 S_{TUSL} 、 $S_{T_1U_1S_1L_1}$ 分别为

$$S_{LTT_1L_1} = ad\theta dz \quad (24)$$

$$S_{SUU_1S_1} = \left(\frac{a}{\sin \beta} + \frac{H-z}{\tan \beta \sin \beta} \right) d\theta dz \quad (25)$$

$$S_{TUU_1T_1} = \left(a + \frac{H-z}{z \tan \beta} \right) \frac{H-z}{\tan \beta} d\theta \quad (26)$$

$$S_{LSS_1L_1} = \left(a + \frac{H-z}{z \tan \beta} \right) \frac{H-z}{\tan \beta} d\theta - \left(\frac{a}{\tan \beta} + \frac{H-z}{\tan^2 \beta} \right) dz d\theta \quad (27)$$

$$S_{TUSL} = S_{T_1U_1S_1L_1} = \frac{H-z}{\tan \beta} dz \quad (28)$$

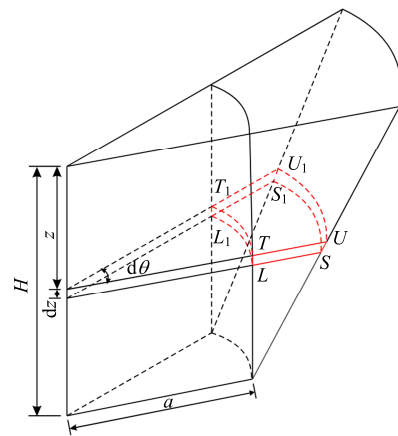


图 6 曲线薄层单元

Fig.6 A curved thin-layer element

图 7 为曲线薄层单元的受力分析, 包括竖向和水平两个方向。该单元的竖向力平衡方程为

$$dW + \bar{\sigma}_v^* S_{TUU_1T_1} - (\bar{\sigma}_v^* + d\bar{\sigma}_v^*) S_{LSS_1L_1} - \tau_1 S_{LTT_1L_1} - (\sigma_r^* \cos \beta + \tau_2 \sin \beta) S_{SUU_1S_1} = 0 \quad (29)$$

式中: $dW = \gamma \left(a + \frac{H-z}{z \tan \beta} \right) \frac{H-z}{\tan \beta} d\theta$; $\tau_1 = \sigma_h^* \tan \delta$, σ_h^* 为水平应力; $\tau_2 = \sigma_r^* \tan \varphi'$, σ_r^* 为径向应力。

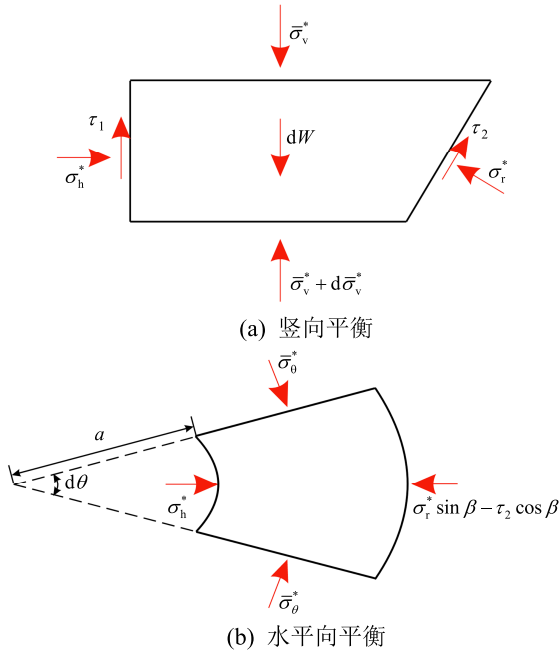


图7 曲线薄层单元的受力分析

Fig.7 Force analysis of the curved thin-layer element

该单元的水平向力平衡方程为

$$\sigma_h^* S_{LTT_1L_1} + 2\bar{\sigma}_\theta^* \sin(0.5d\theta) S_{TUSL} - (\sigma_r^* \sin \beta - \tau_2 \cos \beta) S_{SUU_1S_1} = 0 \quad (30)$$

式中: $\bar{\sigma}_\theta^* = K_\theta \bar{\sigma}_v^*$, $\sigma_h^* = K_z \bar{\sigma}_v^*$ 。

根据式(29)和式(30),整理得有关平均竖向应力 $\bar{\sigma}_v^*$ 的一阶微分方程为

$$\frac{d\bar{\sigma}_v^*}{dz} + \left(\frac{\eta}{H-z} + \frac{\zeta}{2a \tan \beta + H-z} \right) \bar{\sigma}_v^* = \gamma \quad (31)$$

$$\eta = \frac{K_z \tan \beta (\tan \varphi' \tan \beta + 1)}{\tan \beta - \tan \varphi'} + K_z \tan \delta \tan \beta - 1 \quad (32)$$

$$\zeta = \frac{(2K_\theta - K_z) \tan \beta (\tan \varphi' \tan \beta + 1)}{\tan \beta - \tan \varphi'} - K_z \tan \delta \tan \beta - 1 \quad (33)$$

利用地表处的应力边界条件即 $z=0$ 时, $\bar{\sigma}_v^* = q + c_1 \cot \varphi'$, 积分式(31)得

$$\bar{\sigma}_v^* = \left(1 - \frac{z}{H} \right)^\eta \left(1 - \frac{z}{2a \tan \beta + H} \right)^\zeta \left[q + c' \cot \varphi' - \sigma_0^s (1 - z/D_w) + \gamma \int_0^z \left(\frac{H}{H-z} \right)^\eta \left(\frac{2a \tan \beta + H}{2a \tan \beta + H-z} \right)^\zeta dz \right] \quad (34)$$

进而, 由 $\sigma_h^* = K_z \bar{\sigma}_v^*$ 得基坑侧向土压力 p_a 的水平分量 $\sigma_h(z)$ 为

$$\sigma_h(z) = \sigma_h^* - c_{tw} \cot \delta = K_z \bar{\sigma}_v^* - (c_w - \sigma^s \tan \delta) \cot \delta = K_z \left(1 - \frac{z}{H} \right)^\eta \left(1 - \frac{z}{2a \tan \beta + H} \right)^\zeta \left[q + c' \cot \varphi' - \sigma_0^s (1 - z/D_w) + \gamma \int_0^z \left(\frac{H}{H-z} \right)^\eta \left(\frac{2a \tan \beta + H}{2a \tan \beta + H-z} \right)^\zeta dz \right] - c_w \cot \delta + \sigma_0^s (1 - z/D_w) \quad (35)$$

圆形基坑深度 z 处的侧向土压力 p_a 为

$$p_a(z) = \sigma_h(z) / \cos \delta \quad (36)$$

侧向土压力合力 E_a 、对抗踵的力矩 M 分别为

$$E_a = \frac{\int_{z_c}^H \sigma_h(z) dz}{\cos \delta}, \quad M = \int_{z_c}^H (H-z) \sigma_h(z) dz \quad (37)$$

式中: z_c 为由 $p_a(z_c)=0$ 得到的围护结构后方土体开裂深度。

最后, 侧向土压力合力作用点距坑底的高度 h_a 为

$$h_a = \frac{M}{E_a \cos \delta} \quad (38)$$

上述式(13)中的滑动面倾角 β 、式(16)中的主应力偏转角 φ_F 和 φ_J 、式(21)中的 K_z 、式(23)中的 K_θ 以及式(35)~(38), 构成了本文基于非饱和土吸应力理论与极限平衡法所建立的圆形基坑围护结构侧向土压力计算方法, 阐明了非饱和和地层与空间土拱效应的共同作用机制, 能综合反映吸应力大小及分布(地表吸应力 σ_0^s 、地下水位 D_w 、线性吸应力对应非线性基质吸力)、空间土拱效应(竖向土压力系数 K_z 、环向土压力系数 K_θ 、环向应力系数 λ)以及结构-土体接触参数(外黏聚力 c_w 、外摩擦角 δ)等对基坑侧向土压力的合理影响, 可退化适用于饱和土圆形基坑, 具有重要的理论价值。

当应用于具体工程时,需已知或假定基坑半径 a 、开挖深度 H 、地表均布荷载 q ;土体重度 γ 、有效黏聚力 c' 、有效内摩擦角 ϕ' 、外黏聚力 c_w 、外摩擦角 δ ,多层土按厚度加权平均仅用于粗估;地下水位 D_w 、地表吸应力 σ_0^s 、环向应力系数 λ 。依次求解式(13)、(16)、(21)、(23)和式(35)~(38),最后得到基坑侧向土压力 p_a 、侧向土压力合力 E_a 及作用点高度 h_a 。其中,式(13)需借助牛顿迭代法或二分法求解,式(35)和式(37)可通过Matlab或Excel软件完成积分运算。可见,本文圆形基坑围护结构侧向土压力计算方法的求解思路清晰、应用步骤简单,工程应用潜力巨大。

4 对比验证

下面将通过对比考虑空间土拱效应的饱和土圆形基坑侧向土压力极限平衡解答^[6]、仅考虑环向土拱效应的非饱和土圆形基坑侧向土压力滑移线解答^[9]、非饱和土圆形基坑侧向土压力的模型试验数据^[10],以验证本文非饱和地层圆形基坑围护结构侧向土压力计算方法的准确性与合理性。

4.1 饱和土圆形基坑

Lu等^[6]同样考虑空间土拱效应,采用极限平衡法建立了饱和土圆形基坑的侧向土压力解答,为本文公式在地表吸应力 $\sigma_0^s=0$ 时的一个特例。图8为本文退化公式与文献^[6]饱和砂土圆形基坑侧向土压力解答的对比,相关参数为: $a=10$ m, $H=10$ m, $q=0$ kPa; $\gamma=18$ kN/m³, $c'=0$ kPa, $\phi'=30^\circ$, $c_w=0$ kPa, $\delta=15^\circ$; $D_w=10$ m, $\sigma_0^s=0$ kPa, $\lambda=K_0$ 、 $(3+K_0)/4$ 和1。此时,围护结构后方饱和砂土的开裂深度为0。

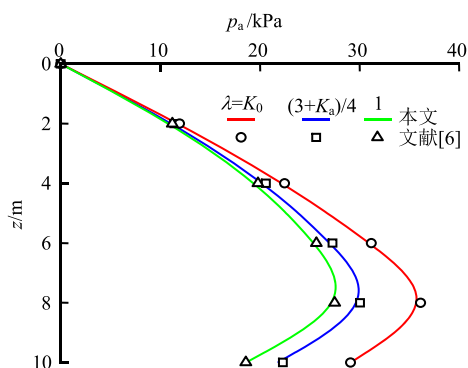


图8 退化对比饱和土基坑侧向土压力的极限平衡解答

Fig.8 Reduced comparisons with the limit equilibrium solution of lateral earth pressure for the foundation pit in saturated soils

由图8可看出,若忽略迭代误差,3种环向应力系数 λ 下本文与文献^[6]的基坑侧向土压力大小及

分布均完全相同,这验证了本文计算方法在考虑空间土拱效应且退化为饱和土基坑时的准确性。另外,本文计算方法还能用于探讨非饱和地层(均布吸应力、线性吸应力,地表吸应力)对基坑侧向土压力的影响,可详见5.1节,相比文献^[6]具有更加广阔的工程应用前景。

4.2 非饱和土圆形基坑

Vo和Russell^[9]采用滑移线法推导了仅考虑环向土拱效应的非饱和土圆形基坑侧向土压力解答,且同样假定吸应力沿深度为线性分布。图9为本文考虑空间土拱效应与文献^[9]仅考虑环向土拱效应的非饱和土圆形基坑侧向土压力对比,相关参数为: $a=20$ m, $H=17.5$ m, $q=22.5$ kPa; $\gamma=20$ kN/m³, $c'=17.5$ kPa, $\phi'=25^\circ$, $c_w=0.5c'$, $\delta=0.5\phi'$; σ_0^s 分别为0、-20和-40 kPa,对应 D_w 分别为0、20和40 m, $\lambda=1$ 。

由图9可看出,3种地表吸应力 σ_0^s 下本文考虑空间土拱效应的侧向土压力与文献^[9]仅考虑环向土拱效应的侧向土压力,在基坑深度大部分范围内都具有相同的变化趋势且大小相近,但在靠近坑底时本文侧向土压力小于文献^[9],且呈现较为明显的非线性分布,这表明了本文计算方法所得非线性侧向土压力在理论预测上的合理性,也说明了空间土拱效应对确定圆形基坑底部侧向土压力的必要性。

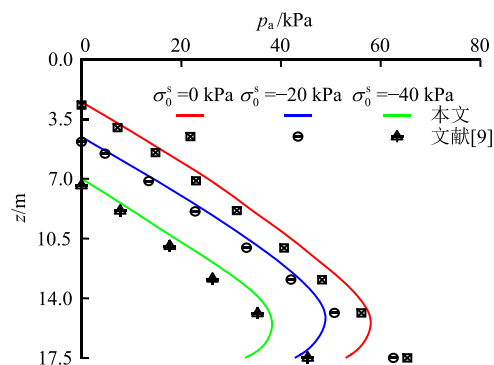


图9 对比非饱和土基坑侧向土压力的滑移线解答

Fig.9 Comparisons with the slip line solution of lateral earth pressure for the foundation pit in unsaturated soils

Cho等^[10]开展了非饱和土圆形基坑侧向土压力的模型试验研究,图10为文献^[1, 3, 6]及本文圆形基坑侧向土压力理论解答与文献^[10]模型试验数据的对比,相关原型试验参数为: $a=6$ m, $H=15$ m, $q=0$ kPa; $\gamma=12.66$ kN/m³, $c'=0$ kPa, $\phi'=36.95^\circ$, $c_w=0$ kPa, $\delta=0.5\phi'$; $D_w=15$ m, $\sigma_0^s=-15$ kPa。需谨记的是,文献^[1, 3, 6]忽略了非饱和地层的影响,其中文献^[1]仅考虑了环向土拱效应且系数 $\lambda=K_0$,文献^[3]也仅考虑了环向土拱效应且系数 $\lambda=1$,文献^[6]

考虑了空间土拱效应且系数 $\lambda=(3+K_a)/4$ 。不同的是, 本文既适用于非饱和地层也考虑了空间土拱效应, 且系数 $\lambda=(3+K_a)/4$ 。

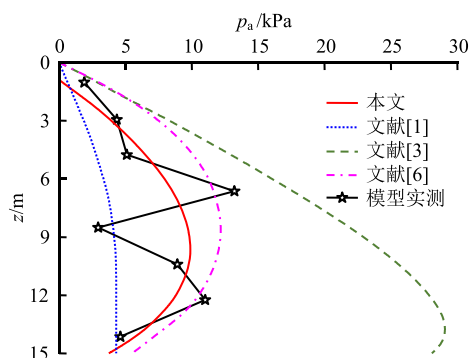


图 10 对比非饱和土基坑侧向土压力的模型试验数据
Fig.10 Comparisons with the model test data of lateral earth pressure for the foundation pit in unsaturated soils

由图 10 可看出: ①本文计算方法的侧向土压力与模型试验数据在大小及沿深度分布上都非常吻合; ②仅考虑环向土拱效应的文献[1]理论解答, 因系数 λ 为最大的 1, 所得侧向土压力明显小于模型试验数据; ③仅考虑环向土拱效应的文献[3]理论解答, 因系数 λ 为最小的 K_0 , 对应的侧向土压力又明显大于模型试验数据; ④考虑了空间土拱效应但不计非饱和地层影响的文献[6]理论解答, 其侧向土压力在整体上仍高于模型试验数据。这充分验证了本文计算方法的正确性, 说明了非饱和地层与空间土拱效应对圆形基坑侧向土压力求解的重要性。两种影响因素缺一不可, 且应该使用合适的环向应力系数 λ 。

此外, 本文圆形基坑围护结构侧向土压力计算方法仍有待更多数值模拟、模型试验、现场实测等数据的可靠性检验, 且需进一步完善以考虑多层土、降雨入渗、施工扰动等实际情况。

5 因素影响分析

借助所得公式分析非饱和地层, 环向土拱效应与外黏聚力等因素对圆形基坑侧向土压力大小、分布、合力及作用点高度的影响规律, 所用基坑算例的基本参数为: $a=4$ m, $H=10$ m, $q=30$ kPa; $\gamma=24$ kN/m³, $c'=18$ kPa, $\phi'=20^\circ$, $c_w=0.4c'$, $\delta=0.5\phi'$; $D_w=13$ m, $\sigma_0^s=-10$ kPa, $\lambda=(3+K_a)/4$ 。

5.1 非饱和地层

在式 (2) 中, 吸应力 σ^s 为表征非饱和土强度的基本变量, 吸应力越小则非饱和土的强度越高。另外, 即使地表吸应力 σ_0^s 相同, 但吸应力分布不同,

非饱和土的强度亦不同。当地表吸应力 $\sigma_0^s=0$ (饱和土)、 -10 、 -20 kPa 时, 圆形基坑侧向土压力在均布/线性吸应力下沿深度的大小、分布、合力及作用点高度, 如图 11 所示。

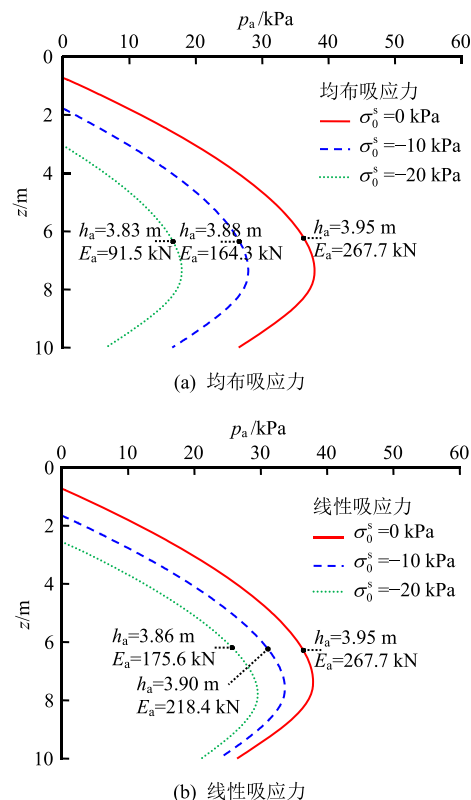


图 11 非饱和地层对基坑侧向土压力的影响

Fig.11 Influences of unsaturated formation on the lateral earth pressure of foundation pits

由图 11 可看出, 地表吸应力 $\sigma_0^s=0$, 即饱和土的基坑侧向土压力最大, 其合力 E_a 及作用点高度 h_a 分别为 267.7 kN、3.95 m。但是, 随着地表吸应力 (绝对值) 的增加, 吸应力减小、非饱和土的强度增大、围护结构后方非饱和土的开裂深度增大, 使得两种吸应力分布下基坑侧向土压力的大小及合力都明显减小, 特别是均布吸应力且 $\sigma_0^s=-20$ kPa 时, 侧向土压力合力减小为 91.5 kN, 且两种吸应力分布下基坑侧向土压力的差异加剧。这意味着非饱和地层可显著影响基坑侧向土压力的计算, 需实测地层吸应力大小及分布, 并采取措施维持吸应力的稳定, 以利用非饱和土力学优化圆形基坑设计。

5.2 环向土拱效应

当前, 竖向土拱对挡墙侧向土压力的影响已成基本共识, 而环向土拱因环向应力系数 λ 的理论不确定性, 仍是研究圆形基坑侧向土压力的关键。当环向应力系数 $\lambda=K_0$ 、 $(3+K_a)/4$ 和 1 时, 圆形基坑侧向土压力在均布/线性吸应力下沿深度的大小、分

布、合力及作用点高度,如图12所示。

由图12可看出,随着环向应力系数 λ 的增加,基坑侧向土压力明显减小且非线性分布更突出; $\lambda=1$ 时的基坑侧向土压力合力最小,仅是 $\lambda=K_0$ 时的45.6% (均布吸应力)、61.5% (线性吸应力), $\lambda=(3+K_0)/4$ 时的基坑侧向土压力合力居中但更靠近 $\lambda=1$ 时的,且线性吸应力下的基坑侧向土压力大于均布吸应力下的,两种吸应力分布下基坑侧向土压力的相差逐渐增大。可见,将 $[K_0, 1]$ 范围内的侧向土压力理论解答对比基坑现场或模型试验监测数据,以选取正确的环向应力系数,合理反映环向土拱效应对圆形基坑侧向土压力的减小作用。

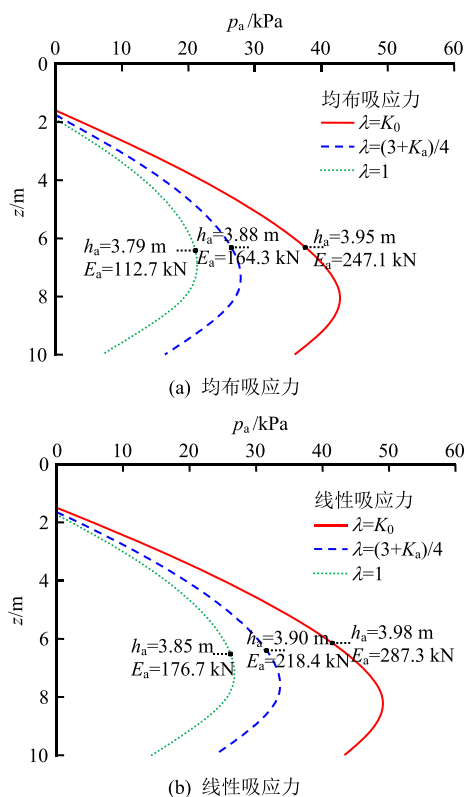


图12 环向土拱效应对基坑侧向土压力的影响

Fig.12 Influences of the circumferential soil arching effect on the lateral earth pressure of foundation pits

5.3 外黏聚力

外黏聚力 c_w 代表围护结构与非饱和土接触面的粗糙程度,属于 Coulomb 理论^[6]的特有变量,常取为有效黏聚力 c' 的小数倍。当外黏聚力 c_w 分别为 0 (光滑)、 $0.4c'$ 和 $0.8c'$ 时,圆形基坑侧向土压力在均布/线性吸应力下沿深度的大小、分布、合力及作用点高度,如图13所示。

由图13可看出,外黏聚力 $c_w=0$,即围护结构完全光滑时地表处存在基坑侧向土压力,侧向土压力的合力 E_a 最大、作用点高度 h_a 最高;同样地,

线性吸应力下的基坑侧向土压力大于均布吸应力下的,二者的相差一直也不大。但是,随着外黏聚力的增加,围护结构后方非饱和土的开裂深度大幅度增大、基坑侧向土压力显著减小,例如 $c_w=0.8c'$ 时从上向下 $0.5H$ 深度范围内几乎没有侧向土压力,于是增加并设定恰当的外黏聚力,有助于提高圆形基坑设计与围护结构施作的经济性。

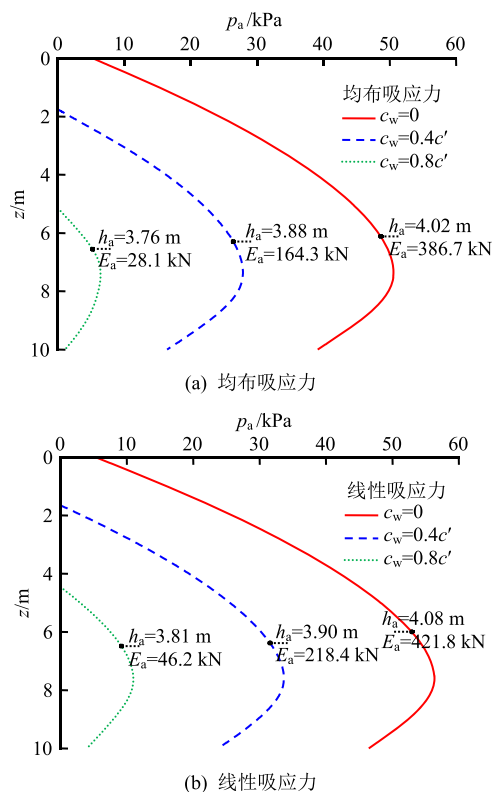


图13 外黏聚力对基坑侧向土压力的影响

Fig.13 Influences of external cohesion on the lateral earth pressure of foundation pits

6 结论

(1) 基于吸应力理论建立了非饱和地层圆形基坑围护结构侧向土压力的计算方法,有效解决了吸应力大小及分布 (均布/线性吸应力、地表吸应力)、空间土拱效应 (竖向土压力系数、环向土压力系数)、结构-土体接触参数等对基坑侧向土压力大小、分布、合力及作用点高度的综合影响,具有一定的理论意义。

(2) 本文圆形基坑围护结构侧向土压力计算方法的求解思路清晰、应用步骤简单,创新阐明了非饱和地层与空间土拱效应的共同作用机制,其正确性得到文献[10]模型试验数据的充分性验证,工程应用前景广阔;环向应力系数越大即环向土拱效应越强,圆形基坑侧向土压力的合力越小且非线性分布越明显。

(3) 随着地表吸应力的绝对值、外黏聚力的增加, 圆形基坑侧向土压力的合力显著减小, 且均有吸应力下基坑侧向土压力小于线性吸应力下的, 饱和土基坑的侧向土压力最大。维持吸应力稳定存在并选取合适的外黏聚力, 有利于采用非饱和土力学对圆形基坑侧向土压力进行优化分析, 以提升基坑设计的经济性。

参考文献

- [1] BEREZANTZEV V G. Earth pressure on the cylindrical retaining walls[C]//Conference on Earth Pressure Problems, International Society of Soil Mechanics and Foundation Engineering. Brussels: Belgian Group, 1958: 21-27.
- [2] 俞茂宏, 李建春, 张永强. 空间轴对称塑性问题的统一特征线理论[J]. 中国科学(E 辑), 2001, 31(4): 323-331.
YU Mao-hong, LI Jian-chun, ZHANG Yong-qiang. Unified characteristics line theory of spatial axisymmetric plastic problem[J]. **Science in China (Series E)**, 2001, 31(4): 323-331.
- [3] CHENG Y M, HU Y Y, WEI W B. General axisymmetric active earth pressure by method of characteristics-theory and numerical formulation[J]. **International Journal of Geomechanics**, 2007, 7(1): 1-15.
- [4] 闫澍旺, 李嘉, 闫玥, 等. 轴对称主动土压力问题的滑移线解[J]. 岩土力学, 2018, 39(11): 4133-4141.
YAN Shu-wang, LI Jia, YAN Yue, et al. A solution for axisymmetric active earth pressure by slip line method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2018, 39(11): 4133-4141.
- [5] ALI C, ALPER T, FARID A. Lateral earth pressures acting on circular shafts considering soil-structure interaction[J]. **International Journal of Geotechnical Engineering**, 2019, 13(2): 139-151.
- [6] LU K L, ZHOU G G, YANG Y, et al. Active earth pressure on a cylindrical retaining wall with considering the spatial arching effect[J]. **Arabian Journal of Geosciences**, 2022, 15(14): 1274.
- [7] 张常光, 张庆贺, 赵均海. 非饱和土抗剪强度及土压力统一解[J]. 岩土力学, 2010, 31(6): 1871-1876.
ZHANG Chang-guang, ZHANG Qing-he, ZHAO Jun-hai. Unified solutions of shear strength and earth pressure for unsaturated soils[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2010, 31(6): 1871-1876.
- [8] LU N, LIKOS W J. Unsaturated soil mechanics[M]. New York: John Wiley and Sons, Inc., 2004.
- [9] VO T, RUSSELL A R. Rigid retaining walls interacting with unsaturated soils in axial symmetry[C]//Proceedings of the 4th Congrès International de Géotechnique-Ouvrages-Structures: CIGOS 2017. Ho Chi Minh City: Springer Singapore, 2018: 775-785.
- [10] CHO J, LIM H, JEONG S, et al. Analysis of lateral earth pressure on a vertical circular shaft considering the 3D arching effect[J]. **Tunnelling and Underground Space Technology**, 2015, 48(22): 11-19.
- [11] GANESH R, RAJESH S. Coupled effect of suction stress and unit weight on the active earth pressure of unsaturated backfills[J]. **International Journal of Geomechanics**, 2022, 22(8): 06022018.
- [12] 张常光, 吴凯, 孟祥忠, 等. 稳态渗流下非饱和土涵洞竖向土压力的迭代解与简化[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2024, 56(3): 68-77.
ZHANG Chang-guang, WU Kai, MENG Xiang-zhong, et al. Iterative solutions of vertical earth pressure against culverts in unsaturated soils under steady infiltration and its simplification[J]. **Journal of Harbin Institute of Technology**, 2024, 56(3): 68-77.
- [13] CUI X P, LI P F, WU J, et al. Stability analysis of a shield tunnel in unsaturated soil considering the soil arch effect[J]. **International Journal of Geomechanics**, 2024, 24(4): 04024041.
- [14] WEI F, CUI Y J, LIU S. Nonlinear Rankine pressure of unsaturated soil under transient infiltration[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2025, 62: 1-16.
- [15] 狄圣杰, 徐卫亚. 黏性土求主动土压力的库尔曼法及应用[J]. 岩土工程学报, 2010, 32(6): 970-974.
DI Sheng-jie, XU Wei-ya. Culmann's method for active earth pressure of cohesive soil and its application[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2010, 32(6): 970-974.